

## Wahrscheinlichkeitstheorie

### a) Wahrscheinlichkeitsräume

#### (i) Maßtheorie

- Mengensysteme
- Maße (Existenz und Eindeutigkeit von Fortsetzungen)
- Messbare Funktionen
- Bildmaße
- Lebesgue-Maß

#### (ii) Integrationstheorie

- Konstruktion des Lebesgue-Integrals; die Räume  $L_1$  und  $L_2$
- Konvergenzsätze
- Transformationssätze
- Vergleich mit dem Riemann-Integral
- Maße mit Dichten
- Produktmaße
- Integration nach einem Produktmaß

### b) Zufallsvariablen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen

#### (i) Verteilungsfunktion, Erwartungswert, Varianz, Schiefe, höhere Momente, Quantile

#### (ii) Ungleichungen für Wahrscheinlichkeiten und Momente (z.B. Tschebyscheff, Markov, Jensen)

#### (iii) Elementare Verteilungen: diskrete, stetige und gemischte, z.B.: Binomial-, Neg. Binomial-, Poisson-, Rechteck-, Normal-, Exponential-, Gamma-, t-, $\chi^2$ -, F-Verteilung

#### (iv) Erzeugende Funktionen

- Wahrscheinlichkeitserzeugende Funktion
- Momenterzeugende Funktion
- Charakteristische Funktion

#### (v) Mehrdimensionale Verteilungen (insb. Normalverteilung), Kovarianz, Korrelation

### c) Unabhängigkeit und bedingte Wahrscheinlichkeiten

#### (i) Unabhängigkeit von Ereignissen

#### (ii) Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Formel von Bayes

#### (iii) Unabhängigkeit von $\sigma$ -Algebren und Zufallsvariablen

#### (iv) Faltung

d) Bedingte Verteilungen und Momente

(i) Bedingte Erwartung und Varianz

(ii) Bedingte Unabhängigkeit

(iii) Gestutzte Verteilungen

e) Grenzwertsätze

(i) Starkes und schwaches Gesetz der Großen Zahlen

(ii) Zentraler Grenzwertsatz (für nicht identisch verteilte Folge von ZV)

(iii) Zentralsatz der Statistik (Satz von Glivenko-Cantelli)

Literatur: Jacod/Protter: L'essentiel en theorie de probabilites